

---

# KAUÇUK BURÇLARIN HİPERELASTİK MODELLENMESİ VE SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE ANALİZİ

---

**Özet:** Bu çalışmada, otomotiv endüstrisinde kullanılan kauçuk burçların hiperelastik modellenmesi yapılmış ve sonlu elemanlar yöntemi ile statik analizleri gerçekleştirilerek rijitlik eğrileri çıkarılmıştır. Kauçuk malzemelerin hiperelastik malzeme modelleri malzeme testleri sonucu belirlenmiştir. Kauçuk burcun belli oranda x,y,z eksenleri yönünde sıkıştırılması ve eksenel yönde burulması sonucu oluşan gerilmeler ve yer değişimleri incelenerek statik rijitlik eğrileri çıkarılmıştır. Rijitlik eğrilerinin doğrusal olmayan karakteristikte olduğu belirlenmiştir. Burç rijitlik değerleri araçlarda sürüş dinamiğini etkileyen önemli parametrelerden birisidir.

**Anahtar Kelimeler:** Kauçuk burç, optimizasyon, sonlu elemanlar analizi, hiperelastik malzemeler.

## Hyperelastic Modelling and Finite Element Analysing of Rubber Bushing

**Abstract:** The objective of this paper is to obtain stiffness curves of rubber bushings which are used in automotive industry with hyperelastic finite element model. Hyperelastic material models were obtained with different material tests. Stress and strain values and static stiffness curves were determined. It is shown that, static stiffness curves are nonlinear. The level of stiffness affects the vehicle dynamics behaviour.

**Keywords:** Bushing, rubber, finite element method, hyperelastic model

## 1. GİRİŞ

İyi bir titreşim sönümleyici olan kauçuk, bitki özsuyundan elde edilen bir liftir. Doğal kauçuk, kauçuk ağacından elde edildiği şekliyle mekanik özellikleri yetersiz, sıcaklık değişimlerine duyarlı ve çözünebilir bir polimerdir. Doğal kauçuğun zayıf yönleri vulkanizasyon adı verilen işlemle giderilerek endüstriyel değeri olan malzemeye dönüştürülür. Kimyasal olarak vulkanizasyon çapraz bağlanma olayıdır ve kauçuk zincirler birbirine bağlanır. Vulkanizasyon, kauçuğun istenmeyen özelliklerini giderir ve sonuç olarak kauçuğun pışmesi gerçekleşir. Bu işlem sonucu yapışkan olmayan, ısıtıldığında fazla yumuşamayan, mekanik özellikleri gelişmiş, geniş bir sıcaklık aralığında yüksek elastikiyet gösteren, çözücülerde çözünmeyen, sertliği artmış kauçuk elde edilir (Megep, 2009).

Kauçuğun farklı formülüzasyonları türetilerek istenilen özelliklerde sentetik kauçuklar üretilir. Elastiki özellikleri, aşınmaya dayanıklılığı, elektrik yalıtkanlığı ve su geçirmezlik gibi özellikleri kauçuğu modern endüstrinin gözbebeği hammaddelerinden biri haline getirmiştir. Kauçuk kullanımının en yoğun görüldüğü alan araç lastikleri olsa da, araçların süspansiyon sistemlerinde, bağlantı hortumlarında, contalarda, motor ve yürüyen aksam bağlantı noktalarında, sileceklerde ve paspaslarda bol miktarda kauçuk kullanımı görülmektedir.



**Şekil 1:**

**a) Kauçuk burç**

**b) Burcun kullanıldığı süspansiyon salıncak kolu**

Süspansiyon sistemlerinin askı kollarına ve askı kollarının da gövdeye ve tekerleğe bağlantılarında kauçuk metal burçlar kullanılmaktadır. Burçlar aksenal ve burulma yüklerinin sönümlenmesine katkı sağlayarak sürüş konforunu artırırlar. Kauçuk metal burçlar, Şekil 1'de görüldüğü gibi dış boru, iç boru ve aradaki kauçuk malzemeden meydana gelmektedir. Üretilen burçlar araçların süspansiyon sistemlerindeki salıncak kolu bağlantılarında kullanılmaktadır. Burç yapımında kullanılan metalik malzemeler boru şeklinde olup dışta ve içte olmak üzere iki adettir.

Çok elemanlı araç dinamiği modellerinde ve özellikle süspansiyon sistemi modellerinde burçların davranışının doğru modellenmesi için rijitlik karakteristiklerine ihtiyaç duyulur. Burçların rijitlik değerleri genellikle doğrusal olarak bir rijitlik katsayısı ile ifade edildiğinde model ile test sonuçları arasındaki korelasyonun sağlanması zor olmaktadır. Bu nedenle burç elemanlarının farklı yönlerdeki rijitliklerinin doğrusal olmayan eğri modelleri, araç dinamiği modeli içinde tanımlanarak daha doğru araç modelleri oluşturulabilir. Bu çalışmada, araç dinamiği modelleri için veri sağlayacak olan rijitlik eğrilerinin çıkarılması amacıyla doğrusal olmayan hiperelastik sonlu elemanlar modelleri kurulmuş ve farklı yönlerde rijitlik eğrileri çıkarılmıştır. Ayrıca bu yöntem, burç tasarımında burç boyutlarındaki değişikliklerin rijitlik eğrisine olan etkisinin ortaya çıkarılmasında da kullanılıp test ve prototip sayısını en aza indirgeyecektir.

Taşıtlarda daha az titreşim sadece araç içerisindekiler için konfor artırıcı bir özellik olmayıp, mekanik aksamın da sağlıklı çalışabilmesi ve uzun ömürlü olması açısından önemlidir. Bu sebeple taşıtlardaki pek çok bağlantı noktasında, yüksek miktarda şekil değişimi gösterebilen ve üzerine uygulanan kuvvet kalktığında tekrar eski şekline dönebilen hiperelastik malzemeler kullanılmaktadır. Hiperelastik malzemelerin yük altındaki uzama davranışları doğrusal olmadığı gibi hemen hemen sıkıştırılmaz yapıdadırlar.

Burçların tasarımında statik rijitlik eğrileri dikkate alınır. İstenilen statik rijitlik eğrisini veren bir burç tasarlamak için genellikle sonlu elemanlar yöntemi kullanılır. Kauçuk malzemeden üretilen ürünlerin sonlu elemanlar modellerinde hiperelastik malzeme modelleri tanımlanır.

Hiperelastik bir malzemenin mekanik özelliklerinin tanımlanması metalik malzemelerden oldukça farklıdır. Bu bölümde hiperelastik modeller için bazı tanımlar yapılacaktır.

Tek eksenli çekme testinde uzamadan sonraki uzunluğun, ilk uzunluğa oranı “uzama oranı” ( $\lambda$ ) olarak tanımlanır:

$$\lambda = \frac{L}{L_0} = \varepsilon + 1 \quad (1)$$

Hiperelastik bir malzemenin bünye denklemi için gerinme enerjisi potansiyeli kullanılır. Bunun için invariants ve uzama oranı değerleri tanımlanır. İnvariantslar, koordinat sisteminden bağımsız gerinmeleri ölçmek için kullanılmaktadır. Gerinme enerjisi potansiyelinin tanımlanması için üç yönde uzama ( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ) oranları yazılır. Burada  $\lambda_1$  ve  $\lambda_2$  düzlemdeki uzamaları temsil ederken,  $\lambda_3$  ise düzlem dışı uzamayı temsil etmektedir. Üç yöndeki gerinme invariantsları şu şekilde yazılabilir:

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (2)$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad (3)$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \quad (4)$$

İzotropik ve mükemmel sıkıştırılmaz bir malzeme için  $I_3=1$ 'dir. Gerinme enerjisi potansiyeli ( $W$ ), uzama oranları ve gerinme invariantslarının fonksiyonudur.

Literatürde birçok hiperelastik malzeme modeli tanımlanmıştır. Bunlardan bazıları; Mooney-Rivlin, Polynomial Form, Neo-Hookean, Ogden, Arruda-Boyce, Gent, Yeoh ve Marlow modelleridir (Karen ve diğ., 2008).

Lastik modellerinde kauçuk için genel olarak Mooney-Rivlin hiperelastik malzeme modeli kullanılmasına rağmen doğrusal elastik malzeme modelleri de yakın sonuçlar vermektedir (Tönük ve Ünlüsoy, 2001).

Mooney-Rivlin:

$$W(I_1, I_2) = \sum_{ij=0}^{n \rightarrow \infty} C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (5)$$

Burada  $C_{ij}$  katsayıları belirtmektedir. Mooney-Rivlin modeli %100 gerinmelere kadar çekme testleri için uygun olsa da bası şeklindeki deformasyonlarda kötü sonuçlar vermektedir (Karen ve diğ., 2008).

Neo-Hookean:

$$W(I_1) = C_{10} (I_1 - 3) \quad (6)$$

Ogden:

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{r=0}^{n \rightarrow \infty} \frac{\mu_r}{\alpha_r} (\lambda_1^{\alpha_r} + \lambda_2^{\alpha_r} + \lambda_3^{\alpha_r} - 3) \quad (7)$$

Buradaki  $\mu_r$  ve  $\alpha_r$  malzeme testlerinden bulunacak olan katsayılardır. Ogden modeli %700'e kadar olan gerinmelerde iyi sonuçlar vermektedir (Balaban, 2006).

Yeoh:

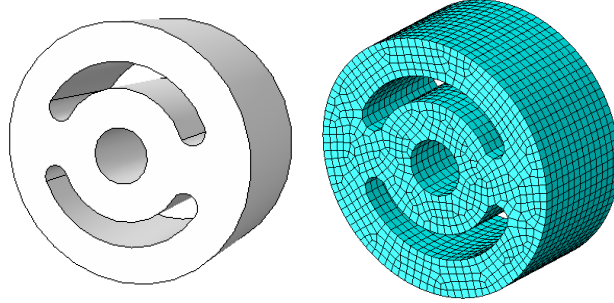
$$W(I_1) = \sum_{n=1}^i C_{i0} (I_1 - 3)^i \quad (8)$$

Malzeme testleri ile elde edilen veriler kullanılarak yukarıda verilen modellerden en uygun malzeme modeli belirlenir. Testlerden elde edilen değerlere göre eğri uydurma yöntemi ile sonlu elemanlar malzeme modeli tanımındaki katsayılar belirlenir ve doğrusal olmayan sonlu elemanlar analizleri ile farklı yönlerdeki yüklemeler altında kauçuk ürünlerin davranışı hesaplanır.

## 2. MATERYAL VE YÖNTEM

### 2.1. Modelleme ve Sonlu Elemanlar Analizi

Sonlu elemanlar analizi ve parçanın üç boyutlu olarak modellenmesi ABAQUS/CAE 6.12 programında yapılmıştır. Sonlu elemanlar modelinde 10906 adet düğüm noktası ve 8736 doğrusal altiyüzlü C3D8RH tipi eleman kullanılmıştır (Şekil 2). Eleman boyutu seçimi için farklı boyutlarda elemanlar kullanılmış ve eleman boyutu 1.5 mm'den küçük değerlerde sonuçların fazla değişmediği görülerek bu boyut için elemanlar oluşturulmuştur.



**Şekil 2:**  
*Burcun katı ve sonlu elemanlar modeli*

### 2.2. Malzeme Modelinin Belirlenmesi

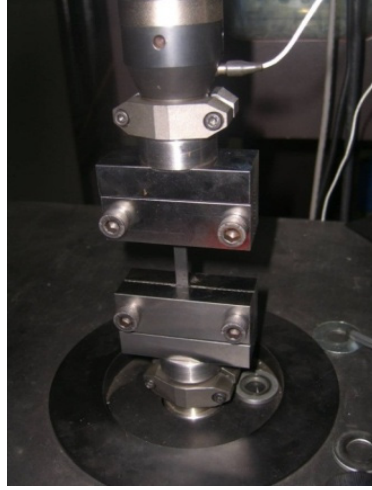
Hiperelastik malzemelerin test yöntemleri ulusal ve uluslararası standartlarda henüz kesin hatları ile tanımlanmamıştır. Elastomer test numunelerinin çeşitli test yöntemleri ile elde edilen gerilme-gerinme verileri eğri uydurma yöntemi ile araştırmacılar tarafından geliştirilen malzeme modellerinin tanımlanmasında kullanılır. Bu testlerden en temel test tek eksenli çekme testidir. Kauçuk ürünün gerçek çalışma şartlarında deformasyon davranışına uygun malzeme testleri yapılmalıdır. Sadece bir test yeterli olabileceği gibi mümkünse birden fazla test ile malzemenin davranışı daha doğru modellenebilir. Basit çekme, kayma ve bası testleri malzemenin farklı davranışlarını modellemek için gereklidir.

Kauçuk malzemesinin sıcaklık değişimleri ile mekanik özelliklerinin değiştiği bilinmektedir. Bu çalışmada ele alınan burçların sıcaklık değişimlerinden kaynaklanan özellikleri modellenmemiştir. Sıcaklık değişimlerinin etkisinin modellenmesi için malzeme testlerinin sıcaklığın kontrol edilebildiği özel sıcaklık kabinlerinde yapılması gerekmektedir. Bu çalışmada yapılan testler oda sıcaklığı şartlarında gerçekleştirilmiştir.

#### 2.2.1. Tek Eksenli Çekme Testi

En yaygın test metodudur ve bu konuda birçok standart vardır. Ancak analiz için kullanılacak verilerin elde edilmesi için test yöntemi farklılıklar arz eder. Örneğin saf çekme etkisini görmek için numunenin uzatılan boyu, genişlik ve kalınlığa göre oldukça fazla olmalıdır. Amaç yanal yönde incelenmenin olmadığı deney yapmaktır. Numunenin boyu genişliğe oranla en az 10 kat fazla olmalıdır. Bu deneydeki amaç numunenin kopma mukavemetini ölçmek olmadığından numune

standart boyutlardan farklı olabilir. Bu çalışmada yapılan tek eksenli malzeme testi Şekil 3’te görülmektedir.

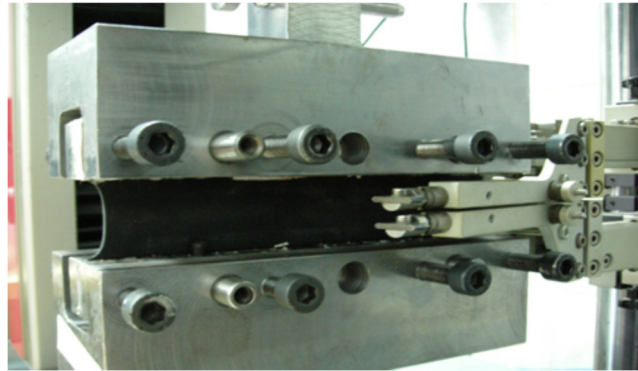


**Şekil 3:**  
*Tek eksenli malzeme testi*

Numune parçasının boyu, iki uçtan sıkılan mangelere arasındaki boy olarak tanımlanır. Sıkılan kısımdaki uzunluklar dikkate alınmaz. Ölçme işlemi klampların uzağında, saf uzama olan bölgeden alınmalıdır. Çekme testinde ilk çevrimlerde malzeme özellikleri önemli ölçüde değişir. Bu durum “Mullin etkisi” olarak adlandırılır. Belli bir çevrim sayısından sonra (3 ile 20 arası) malzeme davranışı stabil hale gelir.

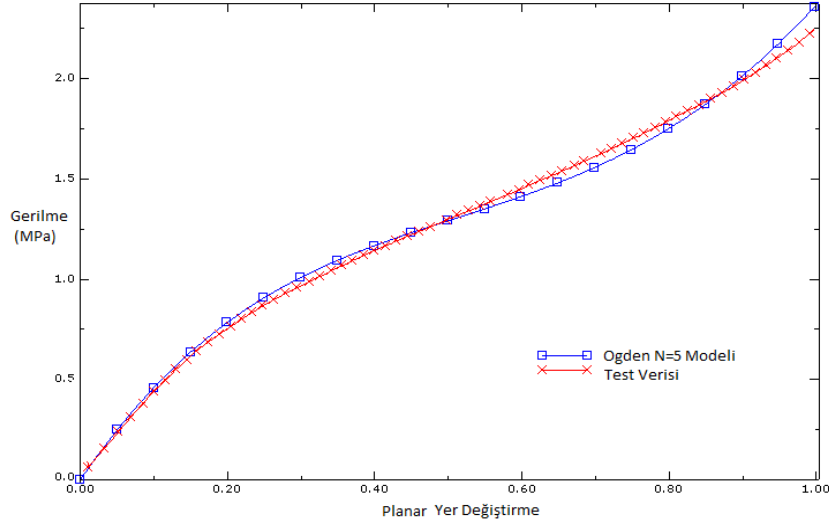
#### **2.2.2. Düzlem Çekme Testi**

Tek eksenli çekme testine benzer ancak numune uzunluğu genişliğine oranla oldukça kısadır. Kauçuk malzeme sıkıştırılmaz olduğundan dolayı çekme yönüne göre 45° açıda saf kayma meydana gelir.

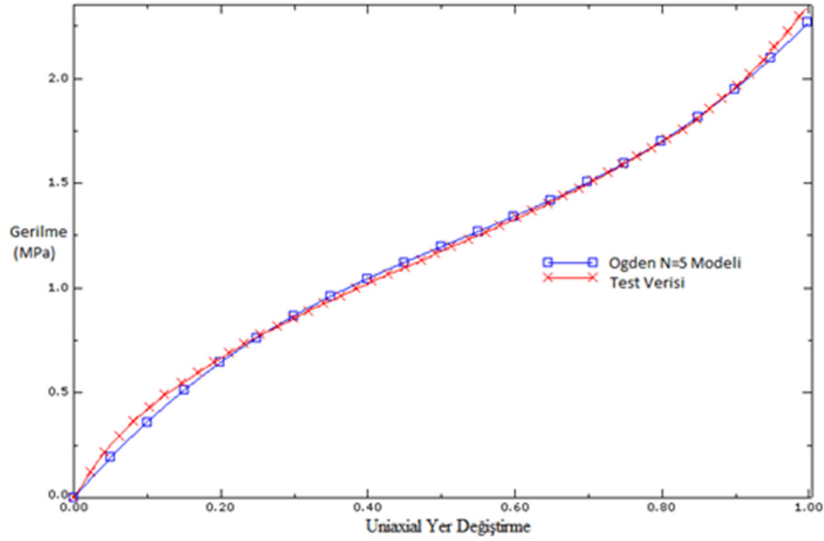


**Şekil 4:**  
*Düzlem çekme malzeme testi*

Test sırasında numunenin incilmesi kalınlık yönünde olur. Numune genişliği uzunluğundan en az 10 kat fazla olmalıdır. Deney sonuçları bu oranla çok yakından ilişkilidir. Bu çalışmada gerçekleştirilen düzlem çekme testi Şekil 4’te verilmiştir.



**Şekil 5:**  
*Tek eksenli çekme testi ve malzeme modeli*

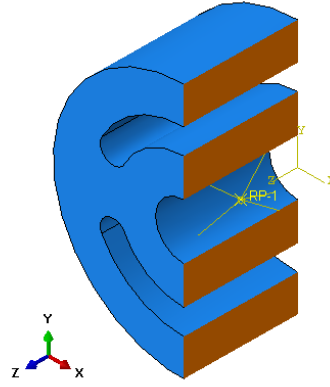


**Şekil 6:**  
*Düzlem çekme testi ve malzeme modeli*

Bu testlerden tek eksenli çekme ve düzlem çekme test verileri kullanılarak malzeme modeli belirlenmiştir. Malzeme testlerinden elde edilen veriler ile eğri uydurma yöntemi uygulanmıştır. Test sonuçları ve malzeme modelleri Şekil 5 ve Şekil 6' da verilmiştir. Hiperelastik malzeme modellerinden test verilerine en uygun olan Ogden N=5 malzeme modeli seçilmiştir.

### 2.3. Sınır Şartlarının Belirlenmesi

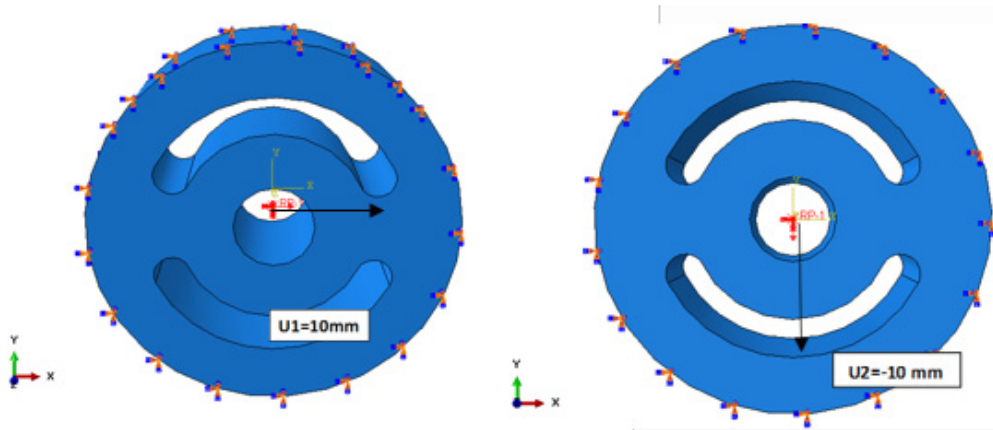
Bu çalışmada, burç merkezinden radyal ve eksenel yönde yer değişimlerinin tanımlanması için parçanın tam ortasına bir referans noktası eklemek gerekmektedir (Şekil 7. RP-1 noktası). Bu referans noktası tüm silindirik iç yüzeye rijit elemanlar ile bağlanmıştır. Kauçuk burcun iç ve dış metal bilezik parçaları rijit olarak kabul edildiğinden bu çalışmada modellenmemiştir.



**Şekil 7:**  
*Burç yer değiştirme uygulama noktası*

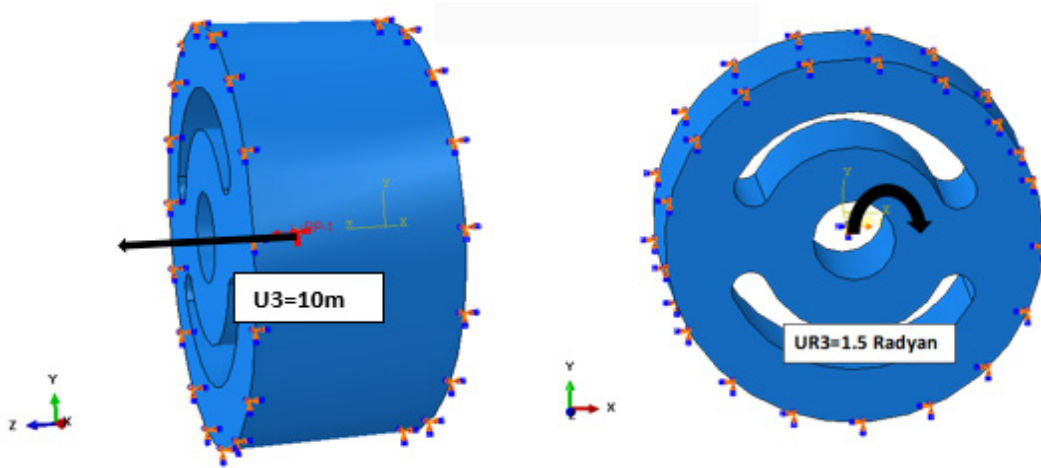
Burcun radyal yönler (x ve y) , aksenal ve açısai (burulma) olmak üzere 4 farklı yönü için rijitlik eğrileri çıkarılmıştır. İlgili yönlerde referans noktasından yerdeğıştirmeler uygulanmış ve uygulama noktasındaki reaksiyon kuvveti hesaplanarak rijitlik eğrileri çıkarılmıştır. Kullanılan sonlu elemanlar çözücüsünde yerdeğıştirme değeri adım adım artırılarak her adımdaki reaksiyon kuvvet değeri saklanmış ve bu veriler Excel ortamında grafik haline getirilmiştir.

Burcun x eksenii yönündeki statik rijitlik eğrisini çıkarmak için, yer değıştirme uygulama noktasından (RP-1) x eksenii yönünde 10 mm yer değıştirme uygulanmıştır. Bu değeri, burcun maksimum yer değıştirme değeri olarak belirlenmiştir. Benzer şekilde y eksenii yönündeki statik rijitlik eğrisinin çıkarılması için yine aynı noktadan y eksenii yönünde -10 mm uygulanarak doğrusal olmayan analizler yapılmıştır (Şekil 8).



**Şekil 8:**  
*Radyal yöndeki sınır şartları*

Eksenal yöndeki sınır şartı olarak z eksenii yönünde referans noktasından 10 mm yerdeğıştirme olarak uygulanmıştır. Açısai (burulma) sınır şartı için referans noktasından saat ibresi yönünde 1.5 radyan açı verilmiştir. Tüm analizlerde burcun dış silindirik yüzeyi ise sabitlenmiştir (Şekil 9). Ayrıca yüksek yerdeğıştirme değeriinde burcun kendi kendine temas durumu olacağından temas tanımı da yapılmıştır.

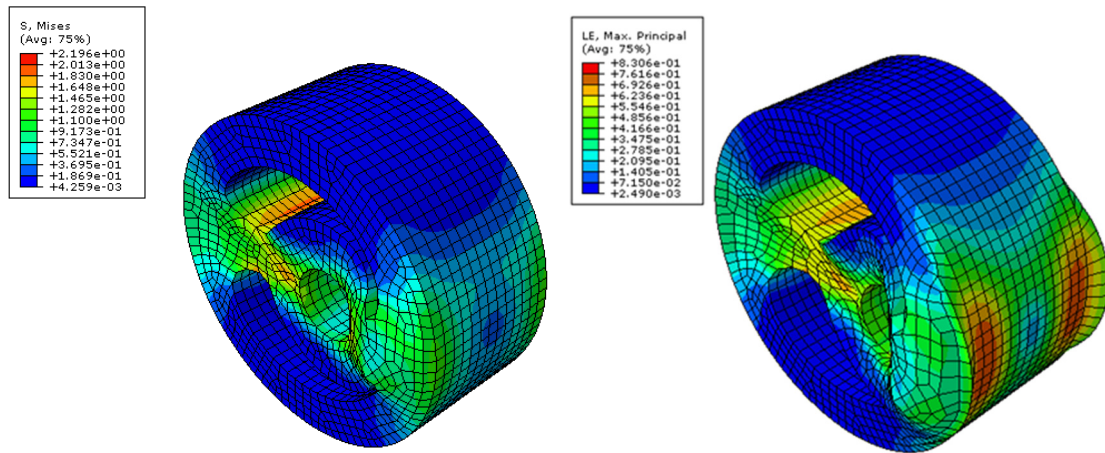


**Şekil 9:**  
Eksenel ve burulma yönü sınır şartları

### 3. ANALİZ SONUÇLARI

Burç modelinin doğrusal olmayan çözümleri gerçekleştirilmiş ve yer değiştirme uygulama noktalarındaki reaksiyon kuvvetleri hesaplanmış, rijitlik eğrileri çıkarılmıştır.

x eksenı yönündeki radyal sınır şartı için elde edilen gerilme dağılımı Şekil 10’ da verilmiştir. Maksimum von Mises gerilme değeri oldukça düşük olup  $2.1 \text{ N} / \text{mm}^2$  olarak hesaplanmıştır.

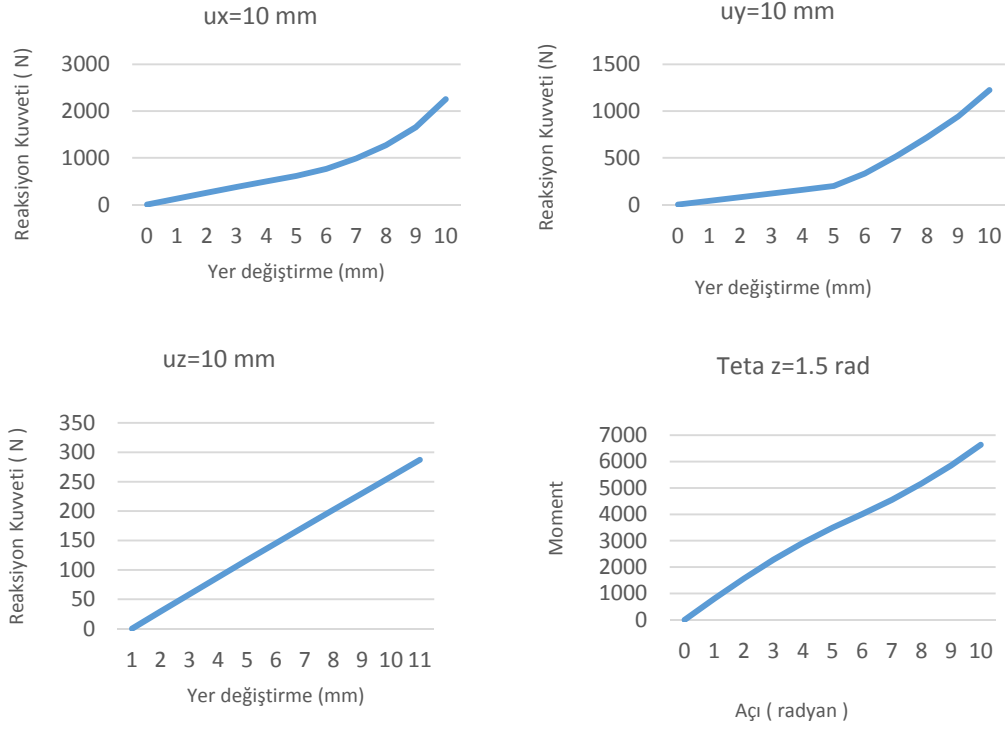


**Şekil 10:**  
X eksenı yönündeki sınır şartı için gerilme ve genişleme dağılımları

x eksenı yönündeki sınır şartı için model üzerinde oluşan gerilme dağılımı (Şekil 10) incelendiğinde maksimum gerilim değeri 0.83 olarak hesaplanmıştır. Kauçuk modeller sıkıştırılmaz olduğundan temas bölgelerinde malzemenin dışarı doğru genişlemeye çalıştığı Şekil 10’da görülebilir.



Analizler sonucu elde edilen statik rijitlikeğrileri Şekil 11’de görülebilir. x ve y eksenlerindeki rijitlik eğrilerinin doğrusal olmadığı ve yer değiştirme arttıkça kauçuğun sıkıştırılmaz özelliğinden dolayı rijitliğin gittikçe arttığı gözlenmiştir. Eksenel yöndeki rijitliğin eğrisinin doğrusal olduğu ve x,y eksenlerine göre daha az rijit olduğu belirlenmiştir.



**Şekil 11:**  
*Elde Edilen Rijitlik Eğrileri*

#### 4. SONUÇ

Bu çalışmada kauçuk burçların sonlu elemanlar yöntemi ile hiperelastik modellenmesi gerçekleştirilmiş ve sonlu elemanlar yöntemi ile doğrusal olmayan statik analizleri yapılmıştır. Kauçuk malzemelerin hiperelastik malzeme modelleri malzeme testleri ile belirlenmiştir. Burç modeli, x,y,z eksenleri yönünde sıkıştırılması ve eksenel yönde burulması sonucu oluşan gerilmeler ve yer değişimleri incelenerek statik rijitlik eğrileri çıkarılmıştır. Böylece tasarlanan burcun imal edilmeden rijitlik eğrisinin önceden belirlenerek uygun tasarım olup olmadığı belirlenebilir. Rijitlik eğrilerinin doğrusal olmadığı ve yer değiştirme arttıkça sıkıştırılmaz özelliğinden dolayı rijitliği gittikçe arttığı gözlenmiştir. Elde edilen rijitlik eğrileri aynı zamanda çok uzuvlu araç dinamiği modellerinde kauçuk burçların statik rijitlik eğrilerinin tanımlanmasına veri oluşturacaktır.

1. Dassault Systems, Abaqus / CAE 6.10 User’s Manual
2. Megep, (2009). Kimya Teknolojisi “Lastik Hamuru Ham Maddeleri-2”, Ankara.
3. Tönük E., Ünlüsoy Y. S., 2001. “Prediction of automobile tire cornering force charecteristics by finite element modeling and analysis” Computers and Structures, 79, 1219-1232.

